Seminario de Estadística 1
Tarea 9
USO DE JAGS

Soriano Flores Antonio

Septiembre 2019

1. Suponga que usted trabaja en el área de riesgo de una aseguradora, y quiere encontrar el valor de la prima para un seguro de un bien que tiene un valor máximo de $b = \$100,000$.

   Sea X la variable aleatoria que modela la cantidad a pagar por la aseguradora tras la ocurrencia de un siniestro, asuma entonces que

   $$X|\alpha, \beta \sim \text{Beta}\,(\alpha, \beta, b = 100000)$$

   Donde α y β son parámetros desconocidos del modelo.

   A la fecha, la aseguradora ha observado un total de 10 siniestros para este tipo de bienes y a pagado los siguientes montos a cada siniestro:

   $$\underline{x} := \{\$8,565.8; \$17,581.7; \$28,852.0; \$6,771.8; \$27,363.6; \$23,703.7; \$24,884.9; \$6,212.3; \$59,258.4; \$11,001.8\}$$

   Asumiendo que no tenemos mucha información inicial se deciden utilizar las siguientes distribuciones iniciales para los parámetros desconocidos

   $$\alpha \sim \text{Gamma}\,(0.001, 0.0001) \quad \beta \sim \text{Gamma}\,(0.001, 0.0001)$$

   Asumiendo que de forma inicial α y β son independientes, realice lo siguiente:

   - Escriba un programa en R que por medio JAGS genere una cadena de Markov que converga a la distribución final:
     $$p\,(\alpha, \beta|\underline{x}) \propto p\,(\underline{x}|\alpha, \beta)\, p\,(\alpha, \beta)$$
   - Con las simulaciones del punto anterior realice un histograma de la densidad final de α y otro de β
   - Construya los intervalos de probabilidad al 90 % para los parámetros desconocido (use la función hdi). Compere este intervalo con el generado en su Tarea-Exámen.
   - Suponga que está interesado por saber cual será el siguiente monto que tendrá que pagar la aseguradora X_F, simule observaciones de $p\,(X_F|\underline{x})$ y haga el histograma correspondiente, finalmente usando la función hdi construya un intervalo al 80 % de probabilidad para X_F. Compare con el intervalo obtenido en su Tarea-Exámen.
   - Finalmente, con la simulaciones de $p\,(\alpha, \beta|\underline{x})$, estime la densidad de la esperanza del modelo, es decir, simule observaciones de la variable aleatoria:

     $$P := 100000\frac{\alpha}{\alpha + \beta}$$

     Obtenga el estimador puntual bayesiano de P (Prima a cobrar) suponiendo una perdida cuadrática. Compare esta estimación con la obtenida en su Tarea-Exámen.

2. Suponga que se tiene la siguiente muestra de tamaño 4 del modelo Couchy con parámetro de localizacion θ.

$$\underline{x} = \{7.01, 4.96, 6.32, 5.75\}$$

Suponiendo que se tiene una distribución inicial para θ:

$$p\left(x|\theta\right) \propto \frac{1}{1 + (x - \theta)^2} \qquad p\left(\theta\right) = N\left(\theta|\mu = 0, \tau = 0.0001\right)$$

Realice un programa usando JAGS que simule observaciones de la distribución final.

$$\mathbb{P}\left(\theta|\underline{x}\right) \propto \prod_{i=1}^{4} p\left(x_i|\theta\right) = \prod_{i=1}^{4} \frac{1}{1 + (x_i - \theta)^2} * N\left(\theta|\mu = 0, \tau = 0.0001\right)$$

Realice un histograma con sus simulaciones y calcule un intervalo al 97 % de probabilidad para θ y realice un intervalo al 80 % de credibilidad para la siguiente observación.

3. La aseguradora "SORIANO" quiere modelar el monto de los siniestros reportados en su cartera de polizas. Sea S la variable aleatoria que modela dicha cantidad de interés. La aseguradora propone el siguiente modelo para hacer el pronóstico

$$S = \sum_{i=1}^{N} X_i$$

Donde como supuestos asume que :

$$X_i \sim Gamma\left(\alpha, \beta\right) \qquad N \sim Poisson\left(\lambda\right)$$

Con distribuciones iniciales:

$$\alpha \sim Gamma\left(\alpha|0.001, 0.001\right) \quad \beta \sim Gamma\left(\beta|0.001, 0.001\right) \quad \lambda \sim Gamma\left(\lambda|0.001, 0.001\right)$$

Y donde X_i es el monto asociado al siniestro i mientras que N es la cantidad de siniestros que ocurren durante toda la vida de la poliza.

Para ajustar el modelo, la aseguradora cuenta con información histórica de los siniestros ocurridos así como de sus montos pagados. Dicha información se encuentra en la tabla "peragregas3.csv".

   a) Con los datos proporcionados genere un programa que usando JAGS genere cadenas que simule observaciones de las distribuciones finales de los parámetros del modelo.
   b) Con las simulaciones del punto anterior, estime puntualmente los parámetros del modelo asociado (α, β, λ) utilizando una pérdida absoluta.
   c) Con las simulaciones del punto anterior, haga un programa que simule observaciones de la variable aleatoria S
   d) Grafique el histograma asociado para visualizar la densidad de la variables aleatoria S.
   e) Calcule la Prima Neta de esta poliza, es decir, estime $\mathbb{E}(S)$
   f) La aseguradora quiere saber la prima asociada si decide reasegurarse y solo cubrir montos inferiores a $L = 2,000$. Bajo este nuevo supuesto, encuentre el valor de la Prima Neta.